Institutt for fysikk, NTNU

FY1001 Mekanisk fysikk, høst 2007

Laboratorieøvelse 1

Arbeid og energi ($\Delta W = \Delta E$)

Hensikt
Hensikten med oppgaven er å måle fysiske størrelser knyttet til et mekanisk system og deretter sammenlikne disse med teoretiske verdier. De teoretiske størrelsene følger fra Newtonsk mekanikk og målingene gjøres ved hjelp av et dataloggingsutstyr med sensorer for kraft og posisjon. De målte størrelsene blir videre bearbeidet i regneark.
Bruken av loggeutstyret vil gi nærmere forståelse av de fysikalske størrelsene; posisjon, fart og akselerasjon og arbeid og energi.

Oppgaver

1. Finn forventet teoretisk kraft og akselerasjon til et mekanisk system som består av en liten og stor masse (M og m) bundet sammen med en snor. Systemet akselereres av tyngden til den lille massen (m). Mål kraft og akselerasjon og sammenlikne dem med teoretiske verdier.

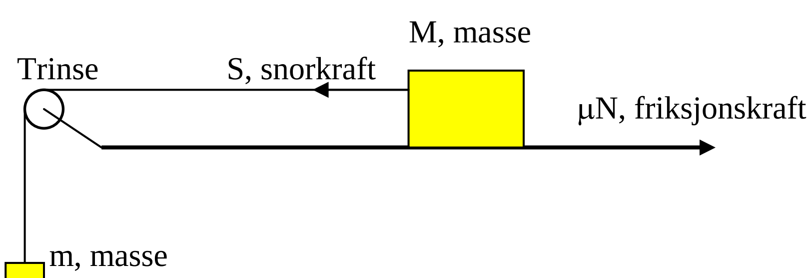
2. Finn friksjonskoeffisienten til vogna (masse M) på rullebanen.

3. Mål arbeidet som utføres på den store massen (M) og sammenlikne dette med målt endring i kinetisk energi. Kommenter resultatet.

4. Finn samlet mekanisk energi til systemet for første del av bevegelsen og sammenlikne den med forventet verdi.

Teori

Kraft og akselerasjon
Det mekaniske systemet som skal undersøkes er vist i figuren under.



Massen M på horisontal dynamikkbane

Det består av en vogn med masse M og ett fallende legeme med masse m. De to massene er forbundet med en masseløs snor, som ruller på en trinse.

Bevegelsen etter at den lille massen har nådd gulvet- friksjonskoeffisient til rullebanen
Bevegelsen kan deles i *to* tidsområder, *før og etter* at den lille massen treffer gulvet. Etter at den lille massen har truffet gulvet, er den store massen bare utsatt for friksjonskrefter. Dynamikkbanen er ikke helt friksjonsfri, slik at etter at den lille massen treffer golvet, vil bevegelsen bremses litt opp. Friksjonsloven sier at friksjonskraften (F_f) er proporsjonal med normalkraften N på legemet, som i dette tilfellet er tyngden (Mg) av legemet.

$$F_f = \mu \cdot N = \mu \cdot Mg \qquad \textit{(friksjonsloven)}$$

Fra Newtons II lov anvendt på M for denne delen av bevegelsen får vi:

$$-\mu \cdot Mg = M \cdot a_2 , \qquad \text{som gir: } \mu = -{}^{a_2}\!/_{g} \qquad \textit{(friksjonskoeffisienten)}$$

a_2, akselerasjonen, regnes med fortegn. Den er konstant i tid, og dette forteller oss at bevegelsen blir jevnt retardert.

Bevegelsen før den lille massen har nådd gulvet- snordraget
Vi vil først bestemme det teoretiske snordraget (S) og akselerasjonen (a_1) til systemet til den første delen av bevegelsen. Bruk bruker vi Newtons 2. lov på hele systemet (m og M), da vil snordraget bli en indre kraft (motsatte og like store på de to massene):

$$\text{Newton II lov:} \qquad m \cdot g - \mu \cdot Mg = (m + M) \cdot a_1 , \qquad \text{som gir akselersajonen:}$$

$$a_1 = \frac{m - \mu \cdot Mg}{m + M} \cdot g = \frac{1 - \mu \cdot \left({}^{M}\!/_{m}\right)}{1 + {}^{M}\!/_{m}} \cdot g \qquad \textit{(akselerasjonen i første del av bevegelsen)}$$

Snordraget S kan finnes ved å bruke Newtons II lov på M:

$$S - \mu \cdot Mg = M \cdot a_1 \qquad \textit{(Newton II På M for første del av bevegelsen)}$$

$$\text{som gir snordraget:} \qquad S = M \cdot (a_1 + \mu \cdot g) = mg \cdot \frac{1 + \mu}{1 + {}^{m}\!/_{M}} \qquad \textit{(snordraget)}$$

Merk at snordraget, som måles av kraftmåleren, er ikke lik tyngden til det fallende legemet.
Massen til vogna inkluderer kraftmåleren, og begge massene finnes ved veiing. Finn forventet akselerasjon og snorkraft fra uttrykkene over. Disse skal sammenliknes med senere målte verdier.

Energi-arbeids relasjonen

Denne relasjonen sier at utført arbeid på et legeme finnes igjen som kinetisk energi til legemet. Dette kan utledes som følger: Når massen M (se figuren over) utsettes for en kraft *F*, fås i følge Newtons 2 lov:

$$F = M \cdot a = M \cdot \frac{dv}{dt},$$ der symbolene har den vanlige betydningen.

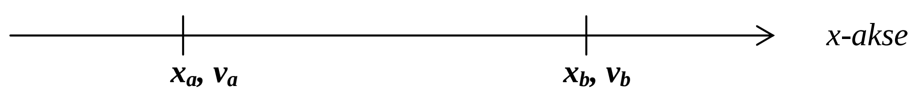
Multipliseres likningen med *dx*, en infinitesimal forflytning, fås:

$$F \cdot dx = M \cdot \frac{dv}{dt} \cdot dx = M \cdot \frac{dx}{dt} \cdot dv = M \cdot v \cdot dv$$

Når denne likningen integreres, fås:

$$\Delta W \equiv \int_{xa}^{xb} F \cdot dx = M \cdot \int_{va}^{vb} v \cdot dv = \tfrac{1}{2} M v_b^2 - \tfrac{1}{2} M v_a^2 \equiv \Delta E_{kin}$$

som kalles arbeids-energirelasjonen, som sier at arbeidet ΔW som utføres av kraften *F* over en strekning: $d = x_b - x_a$, er lik økningen i kinetisk energi til massen over samme strekning. x_a og x_b er to vilkårlige punkter langs banen, og v_a og v_b er farten ved disse posisjonene.



Uttrykket for arbeidet kan videre beregnes slik:

$$\Delta W = \int_a^b F \cdot dx = \sum_a^b F_i \cdot \Delta x_i$$

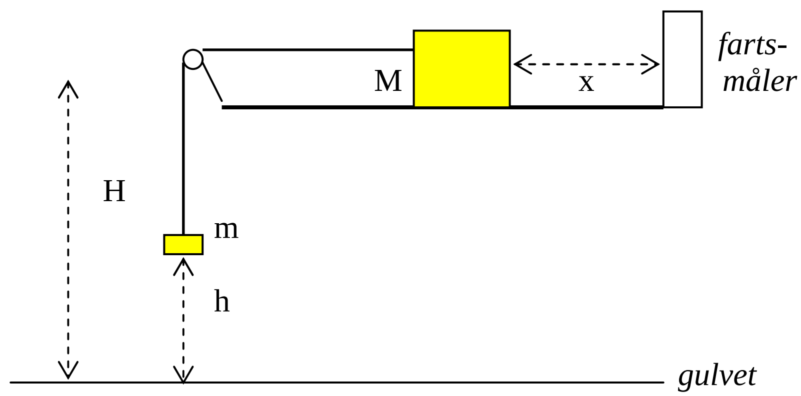
Den opprinnelige definisjonen av integralet er en summasjon**,** når intervallbredden gjøres infinitesimal. Uttrykket over egner seg for numeriske beregninger, som kan gjøres i Pasco-pakken.

Energikonservering

Når det ikke er friksjon, vil den mekaniske energien til systemet være bevart i tid. I vårt tilfelle er den mekaniske energien til det samlede systemet:

$$E = \tfrac{1}{2}(M + m) \cdot v^2 + mg \cdot h$$

Skisse av systemet og dynamikkbanen



Avstanden mellom fartsmåleren og trinsa er fast og likeledes avstanden mellom trinsa og golvet, og sammen utgjør disse strekningene en lengde kalt L.

$$(h + l_1) + (x + l_2) = L\,,$$

der l_1 og l_2 er den vertikale og horisontale delen av tråden, som til sammen blir lengden av hele tråden ***l***, som er en fast lengde. Dermed er: $h + l + x = L$

$$h = L - l - x$$

slik at samlet energi uttrykt ved de målte størrelse fart og posisjon blir:

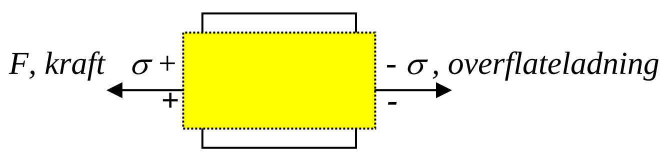
$$E = \tfrac{1}{2}(M + m)\cdot v^2 + mg\cdot(L - l - x) = \tfrac{1}{2}(M + m)\cdot v^2 - mgx + mg(L - l)$$

Potensiell energi kan regnes i forhold til hvilken som helst høyde, slik at vi for enkelhets skyld regner energien i forhold til *((L-l);* setter dette lik null).
Dette uttrykket kan beregnes i matematikkdelen i Pascopakken, og dermed gjør vi energikonservering til gjenstad for utprøvning.

Utstyr
Kraftsensor - Posisjonssensor - Dynamikkbane - Lodd - Vekt - Trinse og tråd

Litt om målesensorene

Virkemåten til kraftmåleren
Når en piezoelektrisk krystall utsettes for mekanisk stress, endres overflateladningen på krystallen.



Overflateladningene er årsak til en elektrisk potensialforskjell over krystallen, og denne er proporsjonal med kraften. Systemet er kalibrert, slik at den målte spenningen som skyldes kraftpåvirkningen kan omsettes til en kraft.

Virkemåten til posisjonsmåleren
Posisjonsdetektoren i Pasco loggesystemet inneholder en lydkilde som sender ut kortvarige lyder (ultralyd) med jevne mellomrom. En bruker det omvendte prinsippet som antydet i kraftmåleren, at tilført spenning over krystallen skaper deformasjoner, som er årsak til lydbølger. I tillegg inneholder den en lydmåler, og det er tidsforskjellen mellom utsendt og reflektert lyd fra objektet som måles. Posisjonsmåleren er altså i prinsippet et ekkolodd. Posisjonen til objektet, i forhold til ekkoloddet, er målt tidsforskjell mellom utsendt og reflektert lydpuls multiplisert med lydhastigheten dividert med en faktor to, siden lyden tilbakelegger den dobbelte strekningen. Ekkoloddet, eller posisjonsdetektoren, står i forbindelse med en datalogger, slik at sammenhørende tider for lydutsendelse og posisjon til objektet blir lagret i en datafil:

En skjematisk datafil for posisjonsmålinger

Måling nr. i	Tidpunkt formåling, t_i	Posisjon ved t_i; x_i
1	t_1	x_1
2	t_2	x_2
i	t_i	x_i
n	t_n	x_n

Inversverdien til tiden mellom to periodiske lydsignaler *($\Delta t = t_{i+1}$-t_i)*, eller antallet ganger det sendes ut lyd i sekundet (frekvensen *f*, *f = 1/Δt*), kalles ***loggefrekvensen***. Denne, i tillegg til det ***totale antallet målinger (n)*** en ønsker å gjøre, eller lengden av ***loggeperioden***, bestemmes av brukeren.

Fart og akselerasjon

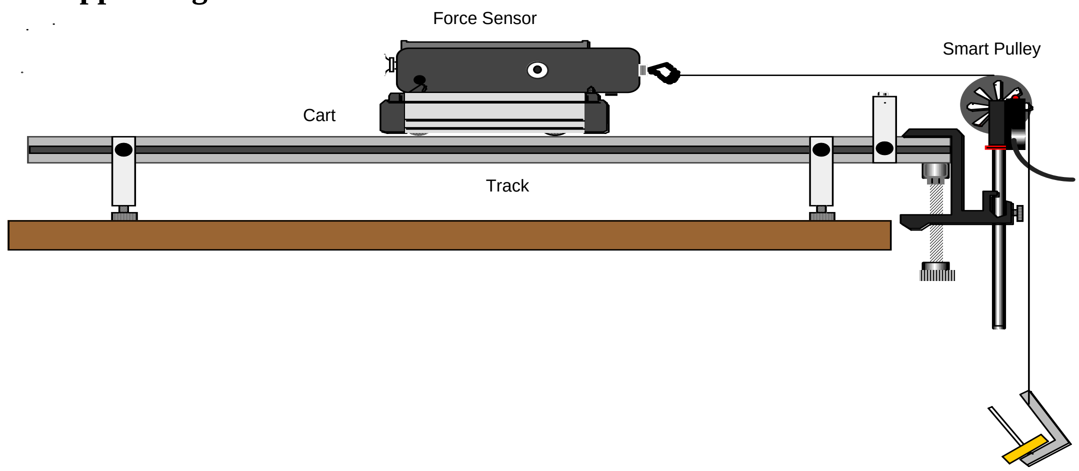
Definisjonen av fart (***v***) er som følger: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$,

der ***Δx*** er tilbakelagt strekning i tidsrommet ***Δt***. For å få symmetri om tidspunktet t_i, der i er en vilkårlig telleindeks, er det følgende størrelse som beregnes i Pasco programmet:

$$v_i = \tfrac{1}{2} * \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta t} + \frac{x_i - x_{i-1}}{\Delta t} \right)$$

som er middelverdien av farten ved tidspunktet: $t_i - \Delta t/2$ og: $t_i + \Delta t/2$, som da blir farten ved tiden t_i. En har tilsvarende uttrykk for akselerasjonen.

Apparaturoppstilling



Utstyr for måling av posisjon og kraft på en masse som beveger seg på et friksjonsfritt horisontalt underlag

Oppsett av datastudio, punkt 1

a) Kople til Kraftsensor og ”Motion sensor”.
b) Dobbeltklikk på kraftsensoren. Velg loggefrekvens lik 10 Hz.
c) Dobbeltklikk på kraftsensoren. På denne kan du velge en høyere loggefrekvens, f.eks. 50 Hz.
d) Bruk automatisk start og stopp (start ved posisjon f.eks 30 cm (*rise above*) og stopp etter f. eks.3 sek). Dette ligger under: *Experiment/Set sampling options/automatic stop.*

Gjennomføring av målingene

a) Mål massen til vognen med kraftsensor (M) og massen til det fallende legemet (m).
b) ”Nullstill” kraftføleren ved å trykke ”*Tare*” når det ikke er noe belastning (hold knappen inne mer enn 2 sek).
c) Gjennomfør en måleserie (trykk på *START*). Pass på at vognen stoppes av magnetbremsen.
d) Framstill målinger av kraft, posisjon of fart i samme diagram (*merk og dra*).
e) Juster grafene slik at x-aksene (tiden) matcher. 

Observer grafene og sjekk at du har fått gode målinger. Hvis ikke, lag ny måleserie (slett den gamle, *delete last run*). Lag en utskrift av grafene. Kommenter måleresultatene.

Dataanalyse, punkt 2og 3

Når du har fått en brukbar måleserie, gjøres følgende:

a) Lag en ny fartsgraf og plasser lupen til et område med jevn retardasjon. Dette skal samsvare med at kraftmåleren viser null kraft. Finn vinkelkoeffisient ved bruk av lineær tilpasning, og bestem så friksjonskoeffisienten som:

friksjonskoeffisient	$\mu = -{a_2}/{g} = -{a_2}/{9.81ms^{-2}} =$

b) Plasser så lupen i et område av fartsgrafen med jevn akselerasjon. Da skal kraftmåleren vise et utsalg. Finn akselerasjonen til vogna ved lineær tilpasning *(”fit linear”)*. Sammenlikn vinkelkoeffisienten fra tilpasningen, som er målt akselerasjonen, med teoretisk verdi for akselerasjonen.

Teoretisk akselerasjon, ms^{-2}	$a_1 = \dfrac{1-\mu \cdot {M}/{m}}{1+{M}/{m}} \cdot g =$
Målt akselerasjon, ms^{-2}	*stigningstall =*

Du kan gjøre beregningen av teoretiske akselerasjoner i EXCEL.

c) Lag en graf over kraften som funksjon av tid. Velg, som over, ut en passelig område av grafen og finn middeleverdien av kraften (Σ, *mean*). Sammenlikn denne med teoretisk verdi. For sikkerhets skyld kan du sjekke at kraftmåleren er kalibrert. Dette gjøres ved å henge på kjente lodder.

Teoretisk kraft, N	$F = M \cdot a_1 = mg \cdot \dfrac{1+\mu}{1+{m}/{M}} =$
Målt kraft, N	*gjennomsnitt*

Punkt 3. Kinetisk energi som funksjon av tid

Dett gjøres slik: Velg kalkulator. Tast inn uttrykket for kinetisk energi:

*y = 0.5 *0.342* pow(v,2).*

0.342 kg er her massen til vognen med kraftføler. Du må bruke tilsvarende verdi for vognen din. *v* må defineres som hastighet. Skriv inn uttrykket, gå deretter til *data measurements,* for å definere størrelsene i uttrykket.

a) Sett opp uttrykket for arbeidet i kalkulatoren. Bruk da *Calculate new*.
$sum(S * \Delta x) = sum(S * v * \Delta t)$
Bruk *Δt = 0.1*, dersom du brukte loggefrekvens på *f = 10 Hz*. *v* er farten til du målte.

Før begge størrelser inn i samme graf og kommenter resultatet.

b) Beregn så i *Kalkulator* uttrykket for total kinetisk energi.

$$E = \tfrac{1}{2}(M + m)\cdot v^2 - mg\cdot x$$

Dette uttrykket blir kanskje ikke konstant i tid for første del av bevegelsen, når det fallende loddet fortsatt er i lufta. Forklar hvorfor.

Punkt 4. Friksjonsarbeid

Hva skjer dersom du legger til friksjonsarbeidet? Dette er:

$$W_f = \mu\cdot N\cdot\Delta x = \mu\cdot Mg\cdot(x - x_a)$$, der x_a er startposisjonen

At energiregnskapet da vil balansere, vil også følge av bevegelseslikningen for første del av bevegelsen;

$S - \mu\cdot Mg = M\cdot a_1$, eller $S = +\mu\cdot Mg + M\cdot a_1$, som på integrert form gir:

$$\Delta W \equiv \int_{xa}^{xb} S\cdot dx = \mu\cdot Mg\cdot(x_b - x_a) + \Delta E_{kin} = \Delta W_f + \Delta E_{kin}$$

Framstill denne summen ($\Delta E_{kin} + W_f$) som funksjon av tid, og kommenter resultatet.
(Det kan hende at sensorene ikke er helt kalibrert, som medfører at de viser litt avvik fra riktig verdi).

Begge studentene gjennomfører disse målingene, og under gjennomføringen forsøker den ene studenten i paret å veilede den som utfører øvelsen. Skriv en liten journal på stedet over hva som gjøres, og fest inn grafene i Laboratoriejournalen. Journalen kan være et Word dokument. Overfør dette til hjemmeområdet ditt.

Journalen kan bestå av delvis egne notater og grafer som hentes fra loggesystemet. La denne journalen være et Word dokument. Dette kan gjøres slik:
Når du har en ønsket graf i Datastudio, gå til menyvalg ***Display/Export Picture***
Denne sendes til et midlertidig område, f.eks***: F/Lab2006/Fy1001/Navn(for eksempel Fig 1)***
Du henter den derfra inn Microsoft Word, altså ***kopierer*** Fig 1 og ***limer*** den inn i Word-dokumentet.
Word-dokumentet lagrer du under f. eks. ***F/Word/Fy1001/Parxx***
Dette Word-dokumentet kan du sende som vedlegg til en e-post du sender til deg selv.
Alternativt kan du omstille maskinen og lagre det direkte på hjemmeområdet ditt.